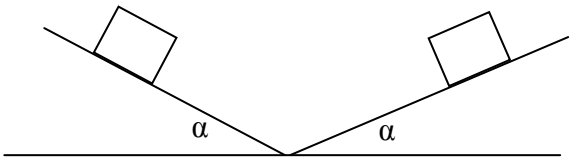
R/1 **Kosina**



Promatrajmo dvije kosine jednakih nagiba α kao na slici. U početnom trenutku na istim visinama h_0 se nalaze 2 identična tijela svako na jednoj kosini. Koeficijent trenja tijela sa kosinom iznosi μ. Tijela se sudaraju savršeno elastično i tako da smjer brzine pojedinog tijela ostaje paralelan sa površinom kosine.

1.) Na koju će se visinu h_1 dignuti svako tijelo nakon prvog sudara? Je li ta visina veća, manja ili jednaka h_0? Objasnite pomoću energije tijela. (20)

2.) Na koju će se visinu h_n popeti tijelo nakon n-tog sudara? (20)

3.) Koliko će vremena t_1 proći od početnog trenutka do zaustavljanja tijela na visini h_1? (20)

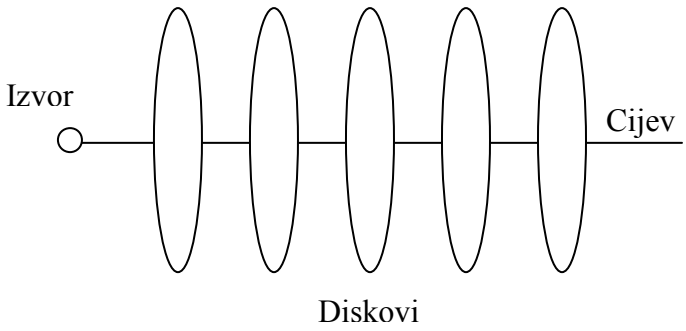
4.) Koliko će vremena t_n proći između mirovanja tijela na visini h_{n-1} i mirovanja na visini h_n? (20)

5.) Koliko vremena T će proći prije nego se tijela zaustave? (20)

Napomena: Prvi i drugi razredi smiju računati poseban slučaj kad je kut nagiba kosine jednak 30°.

R/2 **Linearni akcelerator**

U ovom zadatku proučavat ćete najjednostavniju vrstu akceleratora – linearne. Ti akceleratori nabijene čestice pomoću električnog polja ubrzavaju po pravcu. Sastoje se od tanke vakuumirane cijevi kroz koju se gibaju čestice i serije nabijenih diskova, koje možemo promatrati kao kondenzatore. Cijev prolazi kroz središta diskova, okomito na njih.



a) Neka je udaljenost dva diska jednaka D a njihovi radiusi R. Koji uvjet na njih mora biti ispunjen da bi polje u sredini bilo približno homogeno? (15)

b) Elektron ulazi u prostor između dvije ploče nekom početnom brzinom. Jedna ploča je na potencijalu $-U$ a druga na $+U$. Napišite ovisnost njegovog položaja i brzine o vremenu dok je između ploča. (15)

Akcelerator radi na slijedeći način: iz izvora izlijeće elektron naboja e i mase m, malom početnom brzinom v_0. Svi diskovi su uzemljeni. Kad elektron dođe do prvog diska potencijal diska skoči na $+U$, drugi disk se postavlja na $-U$, treći opet na $+U$ i tako dalje. Elektron prijeđe udaljenost među diskovima i dođe do drugog. U tom trenutku potencijali svih diskova mijenjaju predznak. Taj proces se nastavlja, i elektron nakon prolaska kraj N diskova ima znatno veći brzinu nego na početku.

c) Nađite omjer početne i izlazne brzine elektrona u ovisnosti o parametrima N, U, m/e i v_0. Zašto taj omjer ne ovisi o D? Uzmite da na elektron djeluju samo one dvije ploče između kojih se nalazi. Je li ta aproksimacija uvijek opravdana? Zašto? (35)

d) U pravim akceleratorima koriste se ogromni naponi (reda veličine 10 MV). Zašto? (15)

e) Koliko elektronu treba vremena da dođe od k – te do $k+1$ – te ploče? Izrazite preko ulazne brzine elektrona, v_k. (20)

E/1 **Kiša**

Znamo da je brzina kapljice kiše konstanta nakon što dovoljno dugo pada kroz zrak.

Zašto to vrijedi?

Predložite kako biste izmjerili brzinu kapljice kiše. Navedite više metoda (barem dvije), imajući na umu različite režime padanja kiše (pljusak, lagana kišica....). Navedite u kojim slučajevima biste koristili koju metodu te istaknite prednosti i mane svake od njih.

E/2 **Mjerenje saliniteta**

Cilj u ovom zadatku vam je izmjeriti sadržaj soli u vodenoj otopini natrijevog klorida. Postoji više načina na koje se to može izvesti, ali najčešće upotrebljavana metoda koristi vodljivost slane otopine.

a) Navedite još neke metode kojima bi se moglo doći do postotka soli u otopini. Koje su prednosti mjerenja vodljivosti?

b) Zašto slana otopina vodi struju? Objasnite ukratko.

c) Dizajnirajte uređaj za mjerenje koncentracije soli. Obratite pažnju na točnost i pouzdanost, ponovljivost mjerenja i baždarenje. Koji efekti vam mogu smetati?

d) Opišite postupak baždarenja.

d) Koji su izvori greške u vašem uređaju?

K/1 **Ravnotežne točke u gravitacijskom polju.**

U ovom zadatku bavit ćete se posebnim ravnotežnim točkama u gravitacijskom polju sustava tijela koja rotiraju. Općenito ćemo vidjeti da postoje ravnotežne orbite, na kojima je gravitacija upravo centripetalna sila. Te orbite (ili točke, ako smo u sustavu koji kruži) su vrlo bitne u dinamici planeta i satelita i u planiranju svemirskih misija.

1.) (30 bodova) Najprije ćemo promatrati najjednostavniji slučaj jednog teškog tijela. Recimo da imate sferično nebesko tijelo mase M i satelit mase m, i vrijedi $m << M$.

a) Neka satelit mase m = 1000 kg kruži oko Zemlje. Procijenite omjer m / M na red veličine.

b) Koja je fizikalna posljedica činjenice $m << M$?

c) Koje sile djeluju na kružeći satelit, u inercijalnom sustavu vezanom za centar mase Zemlje?

d) Neka satelit oko Zemlje kruži kutnom brzinom ω. Nađite radiuse ravnotežnih kružnih putanja u ovisnosti o relevantnim parametrima. Zašto oni ne ovise o masi m?

e) Koji mora biti radius putanje da bi satelit 'stajao' na nebu? (Takvi sateliti nazivaju se geostacionarni.) Procijenite na red veličine.

2.) (50 bodova) Idući sustav je vjerojatno najvažniji, s obzirom da se vrlo često javlja u proračunima nebeske mehanike. Imamo dva tijela masa M_1 i M_2 koja kruže oko zajedničkog težišta kutnom brzinom ω, i satelit male mase m koji se istom kutnom brzinom giba oko zajedničkog težišta. U takvom sustavu postoji nekoliko ravnotežnih orbita (odnosno točaka, u kružećem sustavu) za satelit, koje se nazivaju Lagrangeove točke.

Pojednostavnimo najprije naše razmatranje uzevši da je $M_1 = M_2$

a) Gdje se nalazi središte mase? Koja mora biti udaljenost tijela za danu kutnu brzinu ω?

b) Skicirajte sustav. Koje sile djeluju na satelit? Označite položaje pet ravnotežnih točaka i obrazložite.

c) Nađite udaljenosti tih točaka od centra mase, za one za koje možete, u ovisnosti o parametrima.

Pet točaka koje ste našli su zaista sve ravnotežne točke. Dokazati tu činjenicu nije baš lako za one koji ne barataju višom matematikom pa se nećemo s tim zamarati. Radije ćemo proučiti važno svojstvo ravnotežnih točaka: stabilnost.

d) Što mora biti ispunjeno da bi ravnotežna točka bila stabilna?

e) Koje točke bi mogle biti stabilne u našem sustavu? Zašto?

U realnim sustavima koji nas poglavito zanimaju za proračune sa svemirskim letjelicama, uvjet $M_1 = M_2$ je rijetko ispunjen.

f) Možete li predvidjeti kako se mijenja položaj pet ravnotežnih točaka za $M_1 > M_2$? Što se dešava kad jedna masa postane mnogo veća od druge?

3.) (20 bodova) Kao dodatak možemo pogledati i sisteme s više od dvije mase, iako se oni rijetko javljaju u praksi. Uzmimo na primjer sustav od tri jednake mase koji rotira kutnom brzinom ω.

a) Koliki su razmaci između tijela?

b) Označite na skici položaje ravnotežnih točaka. Koliko ih možete naći?

c) Izvedite osnovne zaključke za sustav od *N* tijela jednake mase.

Napomena: ovaj zadatak ne ocjenjuje komisija!

K/2 **Zašto nam je hladno?**

U ovom zadatku nas zanima kako tijelo gubi energiju (te osjećamo hladnoću).

1. Kako sve tijelo gubi toplinsku energiju?

2. Zašto astronaut mora imati zaštitno odijelo? Naime, vakuum je jako dobar toplinski izolator (koristi se npr. u termos-bocama).

3. Kako životinjama koriste guste dlake i krzno?

K/3 **Ciklona**

U ovom zadatku proučavat ćemo gibanja zraka u atmosferi oko tlačnih poremećaja. Iako je detaljan opis takvih atmosferskih pojava iznimno kompliciran, neka važna osnovna obilježja relativno je jednostavno shvatiti.

Dio 1.

U prvom dijelu zadatka zanemarit ćemo rotaciju Zemlje (koja je inače vrlo važna za dinamiku velikih poremećaja) i promatrat ćemo slijedeći jednostavan slučaj: u nekom području atmosfere postoji simetričan poremećaj tlaka, i okolni zrak se giba zbog tog poremećaja.

a) Kako će se okolni zrak gibati (ako zanemarimo prepreke na površini Zemlje) ako je tlak u poremećaju
   i) veći (anticiklona) ili
   ii) manji (ciklona)
   od okolnog?

b) Predložite analogni fizikalni sustav.

c) Ako u zraku postoji mnogo vlage, možete li predvidjeti vrijeme u području poremećaja u slučajevima *i*) i *ii*)? Opišite što se događa.

d) Koji mogu biti razlozi nastanka poremećaja tlaka u atmosferi?

Dio 2.

U ovom dijelu proučavat ćemo pojednostavljeni model ciklone pod utjecajem Zemljine rotacije. Da bismo razumjeli situaciju moramo najprije shvatiti pojam Coriolisove sile.

Zamislite veliki ravni disk koji rotira stalnom kutnom brzinom **ω** oko osi koja mu prolazi kroz središte i okomita je na ravninu u kojoj se disk nalazi. Vi stojite negdje na disku i želite prići osi rotacije. Ako počnete hodati, na vas će djelovati *dvije* sile (naravno, uz trenje koje vam omogućava da hodate, ali to je manje bitno u ovom slučaju): poznata je centrifugalna

$$F_{cf} = m\omega^2 r$$

gdje je m vaša masa a r udaljenost od osi. Međutim, zbog činjenice da se gibate u rotirajućem sustavu pojavit će se još i takozvana Coriolisova sila, proporcionalna kutnoj brzini rotacije i vašoj brzini u odnosu na disk. Razlog nastanka te sile leži u činjenici što se gibajući se po disku selite iz područja veće brzine rotacije u područje manje brzine rotacije (naravno, ako se udaljavate od osi vrijedi obrnuto).

e) Odredite smjer Coriolisove sile koja na vas djeluje! Skicirajte.

f) Zamislite da se neko tijelo giba ravno prema središtu diska (ravno u nerotirajućem sustavu). Kako bi izgledala putanja u sustavu diska?

Vidimo da vrlo sličan sustav tvore mase zraka na rotirajućoj Zemlji, koje nas i zanimaju. Jedina razlika je u tome što je Zemlja kugla a ne disk, ali tu zakrivljenost možemo slobodno zanemariti budući da ne utječe bitno na gibanje zraka.

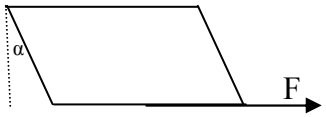
g) Zemlja rotira u suprotnom smjeru od kazaljke na satu, gledano sa sjevernog pola. Kakve će biti putanje zračnih masa oko poremećaja u slučajevima *i*) i *ii*) na sjevernoj hemisferi?

h) Što će se dešavati na južnoj hemisferi ('donja strana' diska)?

K/4 **Tramvaj**

U ovom ćemo se problemu baviti cviljenjem tramvaja koje se javlja kada tramvaj prolazi kroz zavoj. Prvo ćemo iznijeti nešto fizike koja nam je potrebna za razumijevanje onoga što se događa, a ne obrađuje se u svim srednjim školama.

Sva tijela su elastična, neka više, neka manje, ali pri djelovanju sile svako će se tijelo deformirati i dok deformacija ne prijeđe određenu granicu tijelo će se deformirati elastično. Promatrajmo kvadar. Postoji deformacija koja nastaje zbog sile koja djeluje okomito na plohe kvadra i ona uzrokuje skraćivanje kvadra u smjeru paralelnom sa djelovanjem sile. Ta se deformacija najčešće uči u školama, međutim ona nas neće interesirati u ovom problemu. Ono što će nas zanimati je deformacija koja je posljedica djelovanja sile paralelne sa plohom na koju djeluje. Tada dolazi do deformacije kao na slici, a kut α je proporcionalan sili F.



Također poznato je da postoji tzv. slip-stick efekt. Bitno kod njega je da dvije površine u kontaktu, koje se kreću jedna u odnosu na drugu mogu početi titrati tako da se malo pomaknu, pa se opet 'zalijepe' jedna za drugu. Tako dolazi do nastanka zvuka.

Sada promatrajmo tramvaj koji prolazi kroz zavoj. Ako stojimo kraj tramvajske pruge u tom trenutku čut ćemo glasno cviljenje prilično jasne frekvencije. Zanima nas zbog čega dolazi do toga. Da bi došlo do nastajanja zvuka potrebno je titranje. Kako može doći do toga?

Gdje još dolazi do sličnog zvuka cviljenja?
Kako je kut α proporcionalan sili, a za male kutove pomak deformirane površine je približno jednak $\Delta x = \alpha h$, gdje je h visina kvadra. Dakle, dobivamo da je pomak površine proporcionalan sili kako je i kod opruge.
Promotrimo tijelo privezano na oprugu koja se vuče konstantnom brzinom, a u početku miruje. Hoće li ono titrati?
Povežite taj primjer sa tramvajem u zavoju.

Napomena: Taj se efekt još zove slip stick (proklizati-zalijepiti). Objasnite, zašto se tako zove.