Problem 4.

Hydraulic Jump

Problem

When a smooth column of water hits a horizontal plane, it flows out radially. At some radius, its height suddenly rises. Investigate the nature of the phenomenon. What happens if a liquid more viscous than water is used?

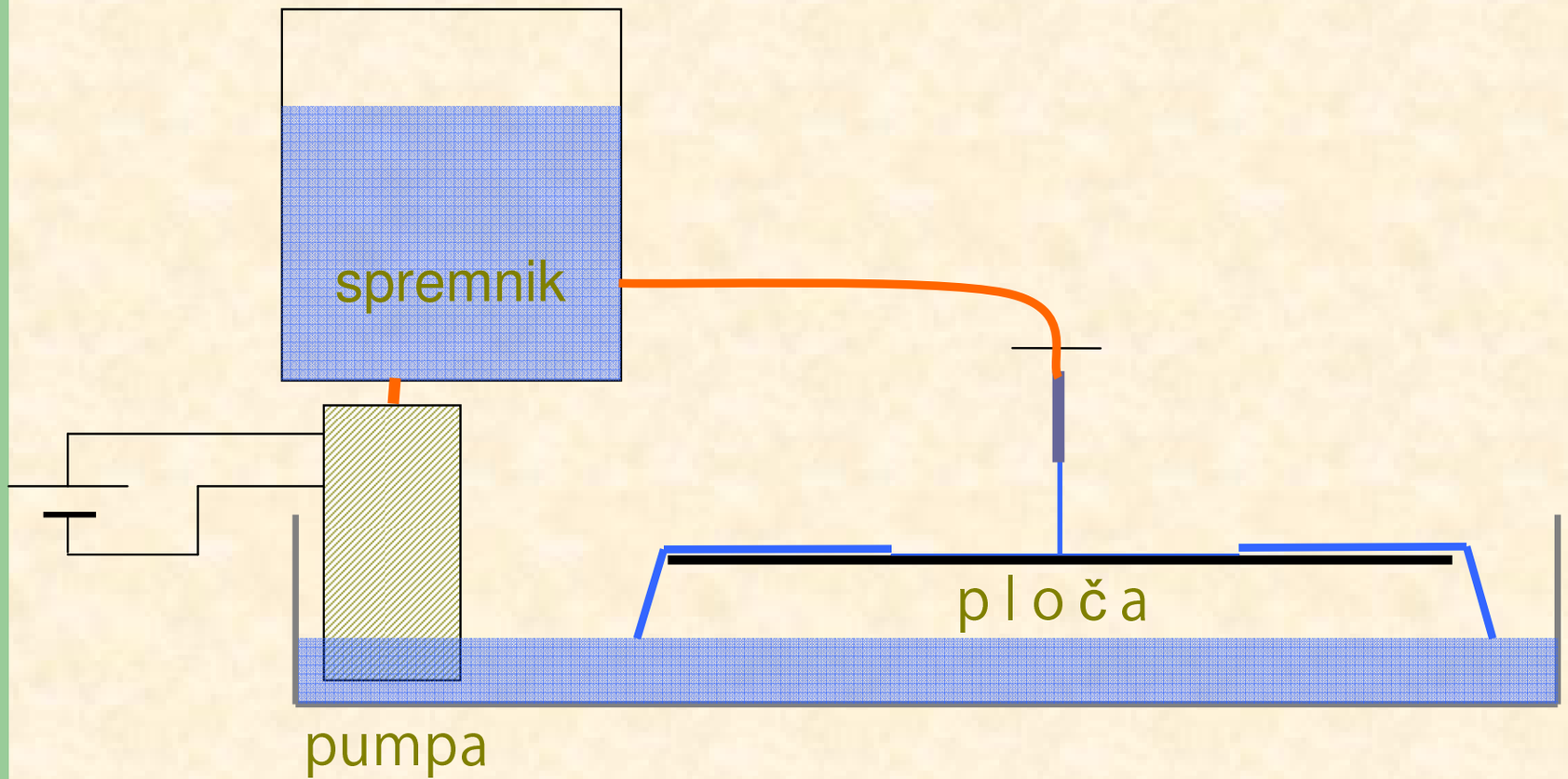
Eksperiment

- Dobivanje efekta
- Parametri:
  - Gustoća tekućine
  - Viskoznost tekućine
  - Protok
  - Visina mlaznice

Eksperiment cont.

- Mjerenja
  - Ovisnost brzine toka o radiusu
  - Ovisnost radiusa skoka o protoku
  - Ovisnost radiusa skoka o viskoznosti
  - Ovisnost radiusa skoka o visini mlaznice
  - Struktura skoka ovisno o brzini toka

Aparatus



Aparatus cont.



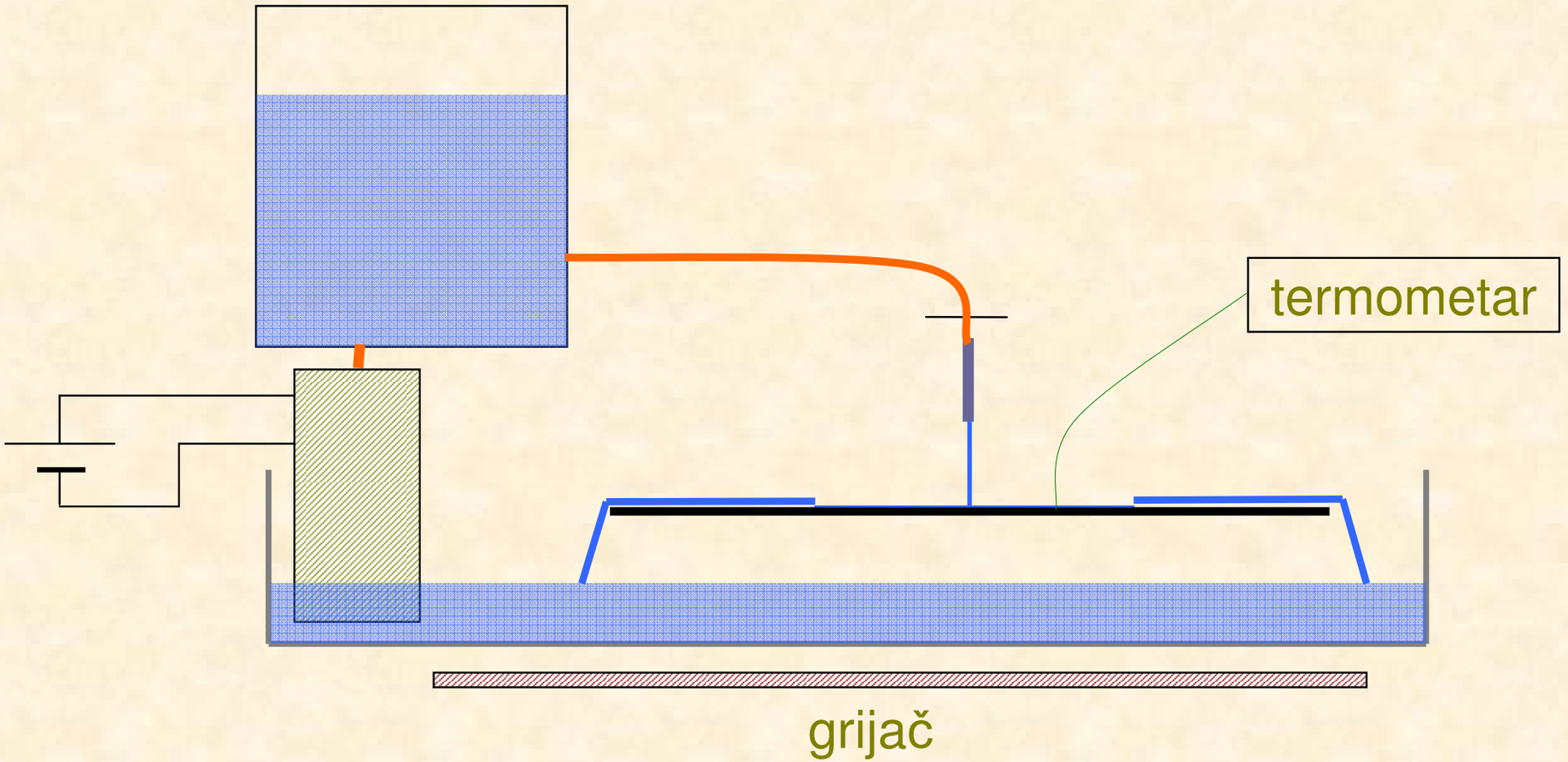
Mijenjanje viskoznosti

- Voda je zagrijavana od 20˚C do 60˚C
- Postignuta promjena viskoznosti je bila preko 50%
- Ovisnost viskoznosti o temperaturi:

$$\eta = 2.693 \cdot 10^{-6} e^{\frac{1730}{T}}$$

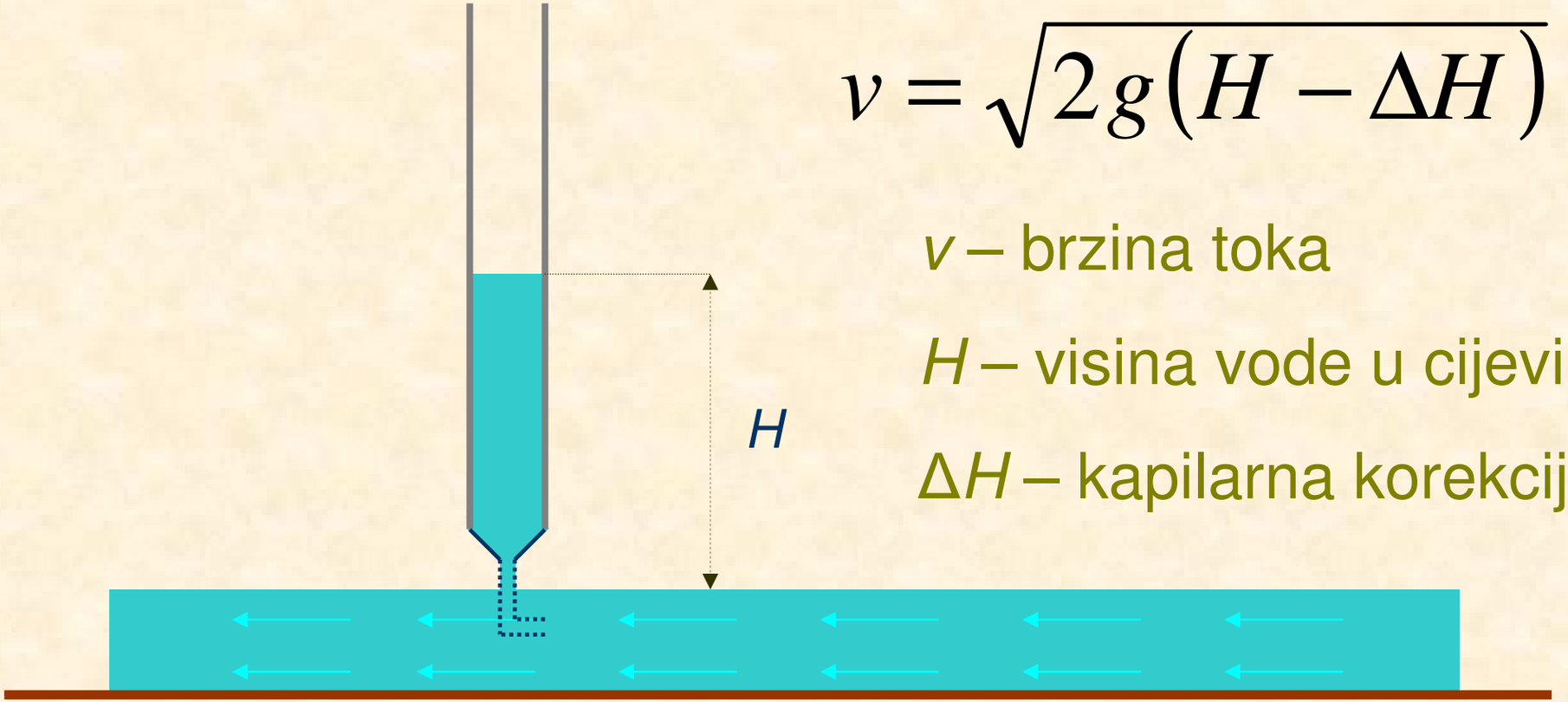
S. Gleston, Udžbenik fizičke hemije, NKB 1967

Mijenjanje viskoznosti cont.



Mjerenje brzine

- Korištena je Pitotova cijev



$$v = \sqrt{2g\left(H - \Delta H\right)}$$

v – brzina toka

H – visina vode u cijevi

ΔH – kapilarna korekcija

Objašnjenje

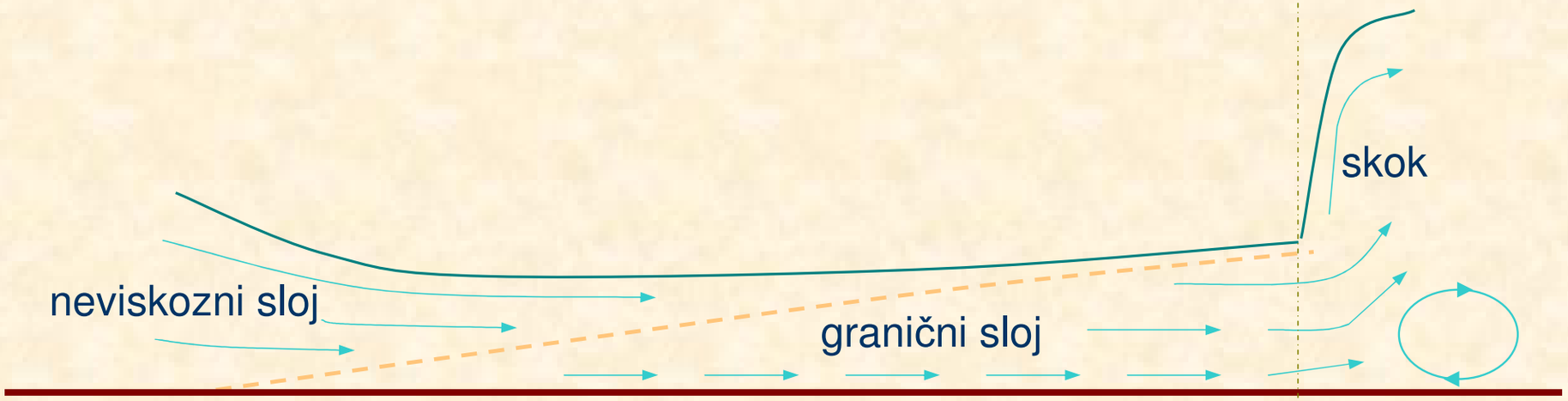
- Hidraulični skok – naglo usporavanje i podizanje toka zbog turbulencije
- Do turbulencije dolazi kad granični viskozni sloj dođe do površine toka
- Dolazi do odvajanja graničnog sloja i pojave vrtloga
- Vrtlog uzima energiju toku i usporava ga

Objašnjenje cont.

- U skoku se zbog turbulencija gubi energija

  $\Rightarrow$ Tok iza skoka je sporiji od toka prije

  $\Rightarrow$ Zbog kontinuiteta razina vode je viša



Objašnjenje cont.

- Teorijski problemi:
  - Ovisnost radiusa skoka o parametrima
  - Ovisnost brzine toka o radiusu
  - Struktura skoka
- Upravljajuće jednadžbe:
  - Jednadžba kontinuiteta i očuvanje energije
  - Navier – Stokesova jednadžba

Kritični radius

- Kritični radius – radius na kojem nastaje skok
- Uvjet za dobivanje kritičnog radiusa:

$$h(r_k) = \Delta$$

h – visina toka

r_k – kritični radius

Δ – debljina graničnog sloja

Kritični radius cont.

- Jednadžba kontinuiteta:

$$Q = 2r\pi \int_0^h v dz$$

Q - protok

v – brzina toka

r – udaljenost od osi simetrije

z – okomita os

- Očuvanje energije:

$$\frac{dJ}{dr} + \frac{dJ_{ot}}{dr} = 0$$

J – kinetička energija u jediničnom vremenu

J_{ot} – snaga trenja

Kritični radius cont.

- Ovisnost brzine o visini je zbog tankosti sloja linearna:

$$v = \xi z$$

ξ – konstanta

z – okomita koordinata

- Konstanta se dobiva iz jednadžbe kontinuiteta:

$$\xi = \frac{Q}{\pi r h^2}$$

Q – protok

r – radius

h – visina toka

Kritični radius cont.

- Sila otpora je njutnovska zbog tankoće sloja

$\Rightarrow$ jednadžba za visinu toka:

$$\frac{dh}{dr}+\frac{h}{r}=\frac{4\eta\pi}{Q\rho}r$$

η – viskoznost

ρ – gustoća

v_0 – početna brzina

$$\Rightarrow \quad h(r)=\frac{4}{3}\frac{\eta\pi}{Q\rho}r^2+\frac{Q}{2\pi r v_0}$$

Kritični radius cont.

- Početna brzina je uzrokovana slobodnim padom tekućine:

$$v_0 = \sqrt{2gd}$$

g – akceleracija slobodnog pada

d – visina mlaznice nad pločom

Kritični radius cont.

- Debljina graničnog sloja je

$$\Delta \approx \sqrt{\frac{\eta r}{\rho v}}$$

Npr. D. J. Acheson, ˝Boundary Layers˝, u *Elementary Fluid Dynamics* (Oxford U. P., New York, 1990)

- Uvrštavanjem:

$$r_c = \left(\frac{3}{4} \frac{\rho}{\pi^2 \sqrt{2g}} \right)^{\frac{1}{3}} Q^{\frac{2}{3}} \eta^{-\frac{1}{3}} d^{-\frac{1}{6}}$$

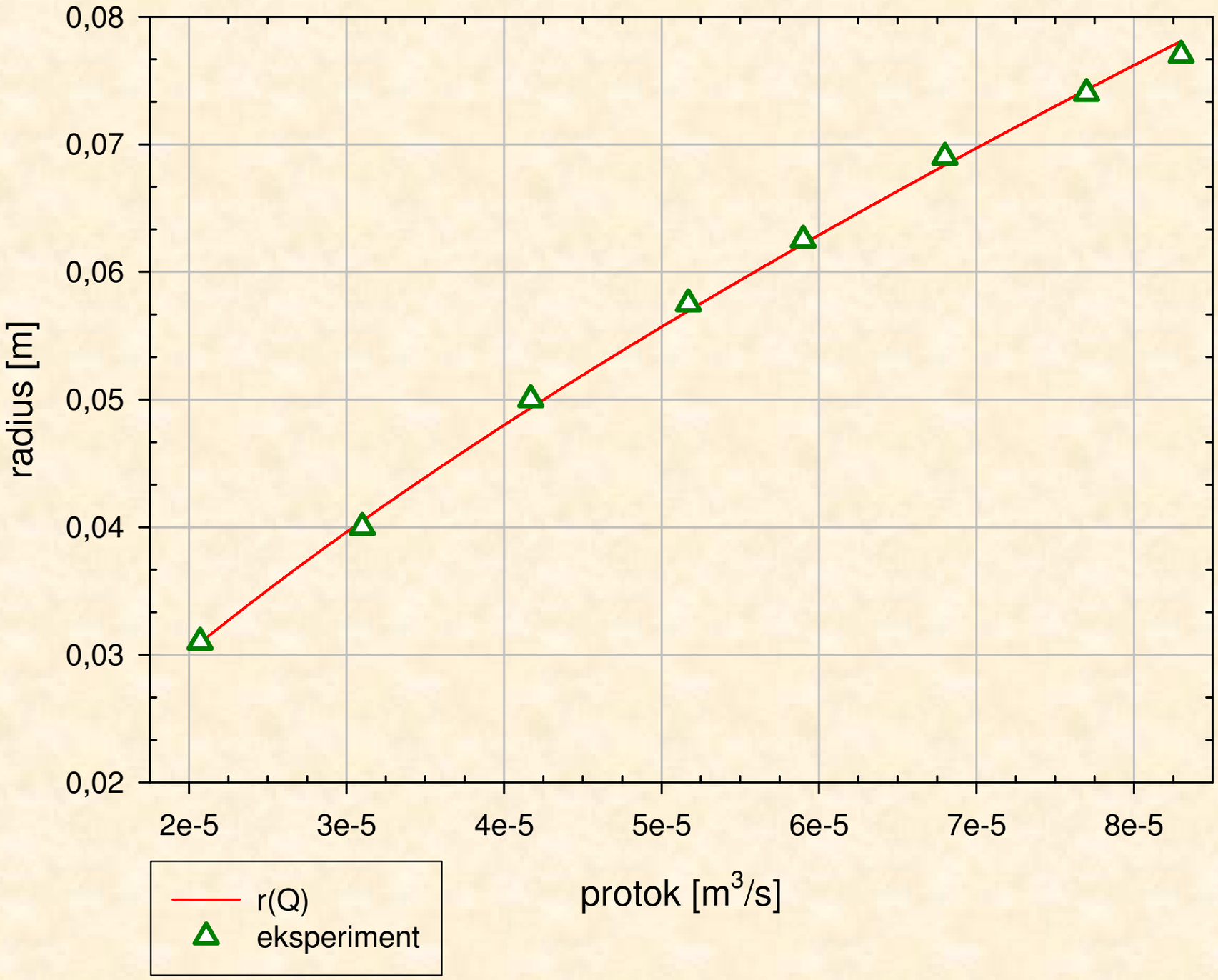
Usporedba rezultata

- Teoretsko skaliranje je potvrđeno
- Slaganje konstante u mjerenju ovisnosti o protoku:

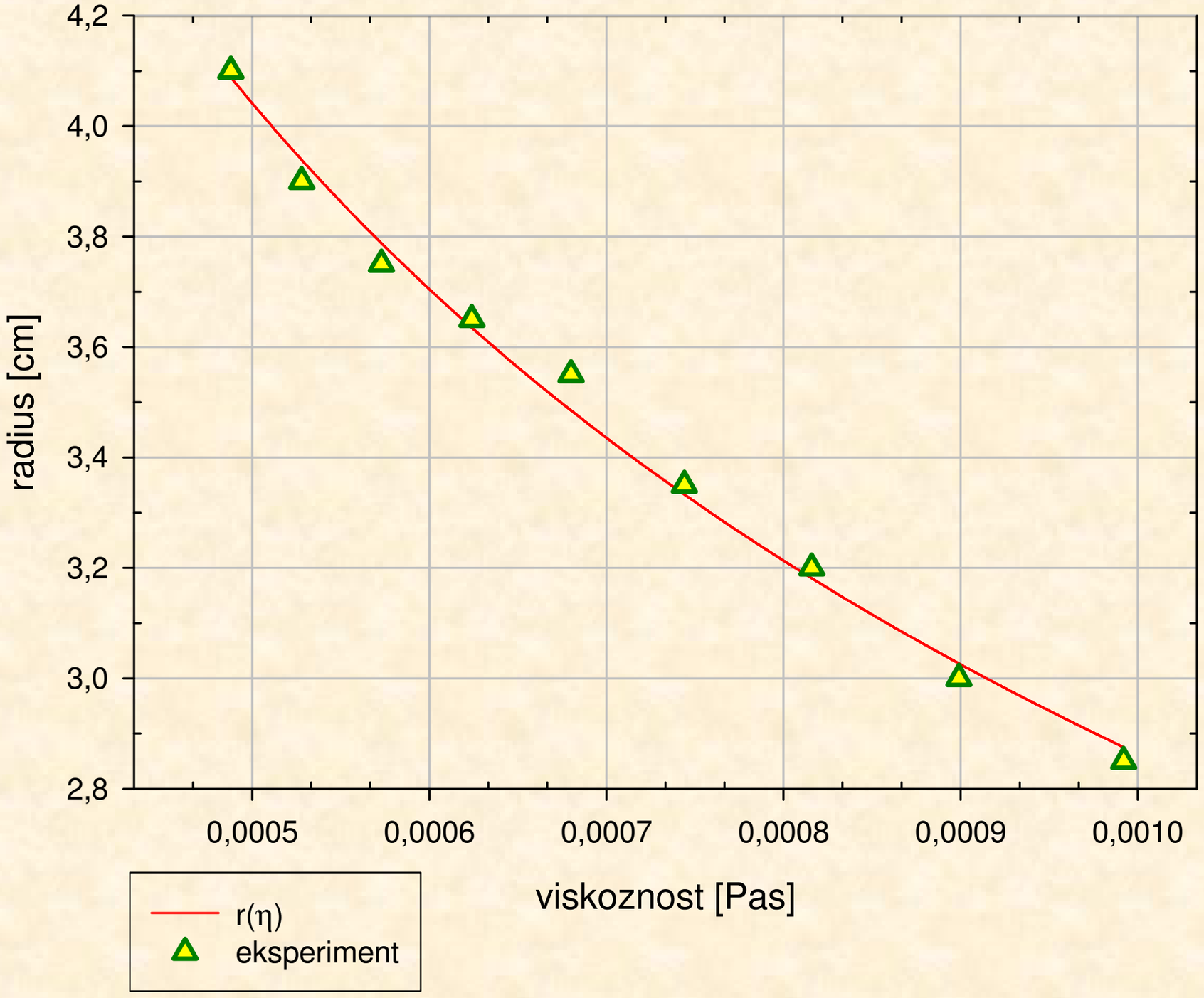
η	$1.1 \cdot 10^{-3}$ Pas
ρ	10^3 kg/m^3
d	5 cm
konstanta	41.16 s/m^3

Eksperimentalna vrijednost konstante:
41.0 ± 1.0 s/m^3

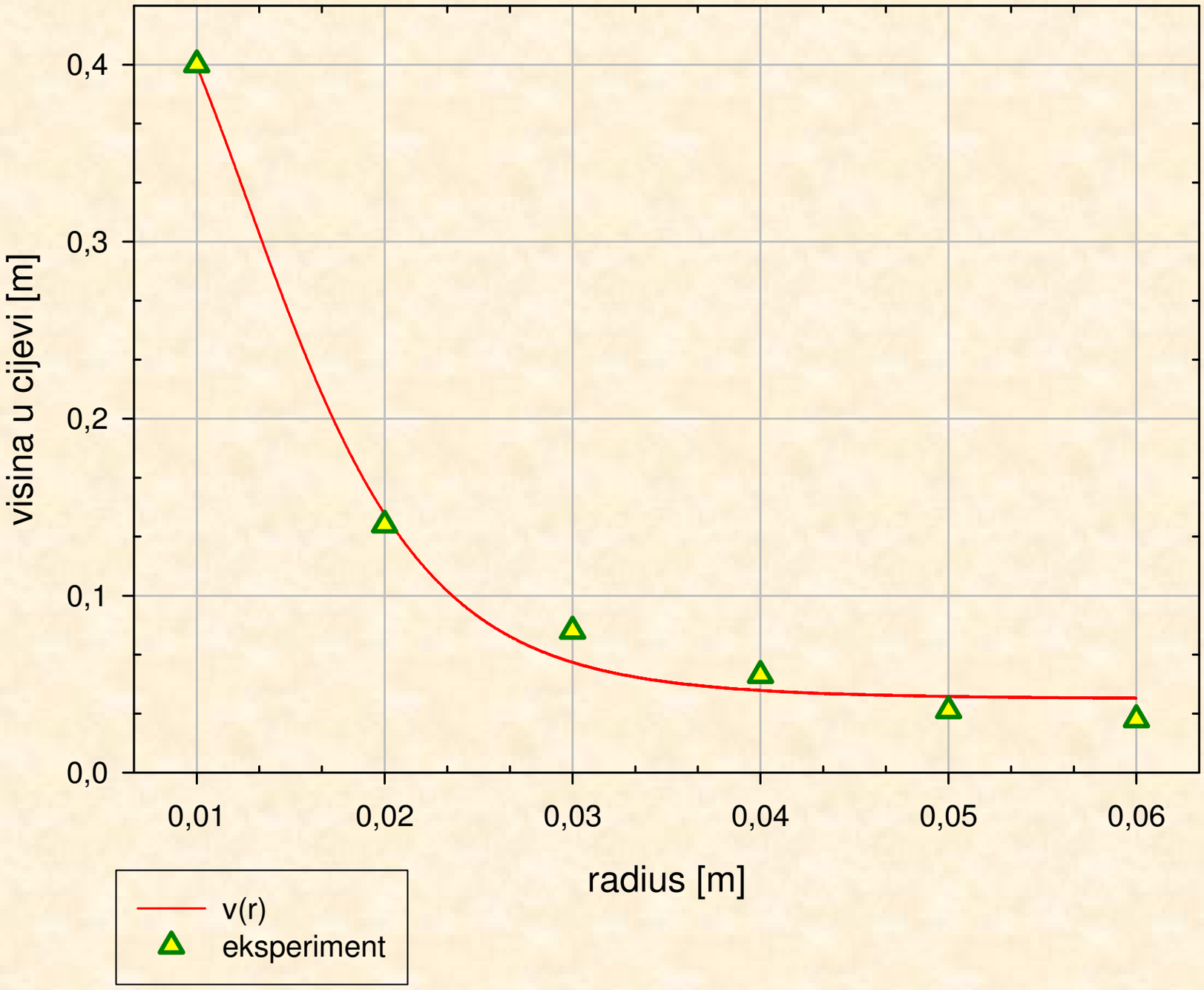
Usporedba rezultata cont.



Usporedba rezultata cont.



Usporedba rezultata cont.



Struktura skoka

- Osnovni tipovi strukture:
  - Laminarni skok
  - Stojni valovi – valni skok
  - Oscilirajući/slabo turbulentni skok
  - Turbulentni skok

Struktura skoka cont.

- Gibanje tekućine određuje Navier – Stokesova jednadžba:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla\mathbf{v} = \frac{\eta}{\rho}\nabla^2\mathbf{v} - g\hat{\mathbf{z}}$$

Inercijski član

konvekcijski član

viskozni član

gravitacijski član (tlak)

Struktura skoka cont.

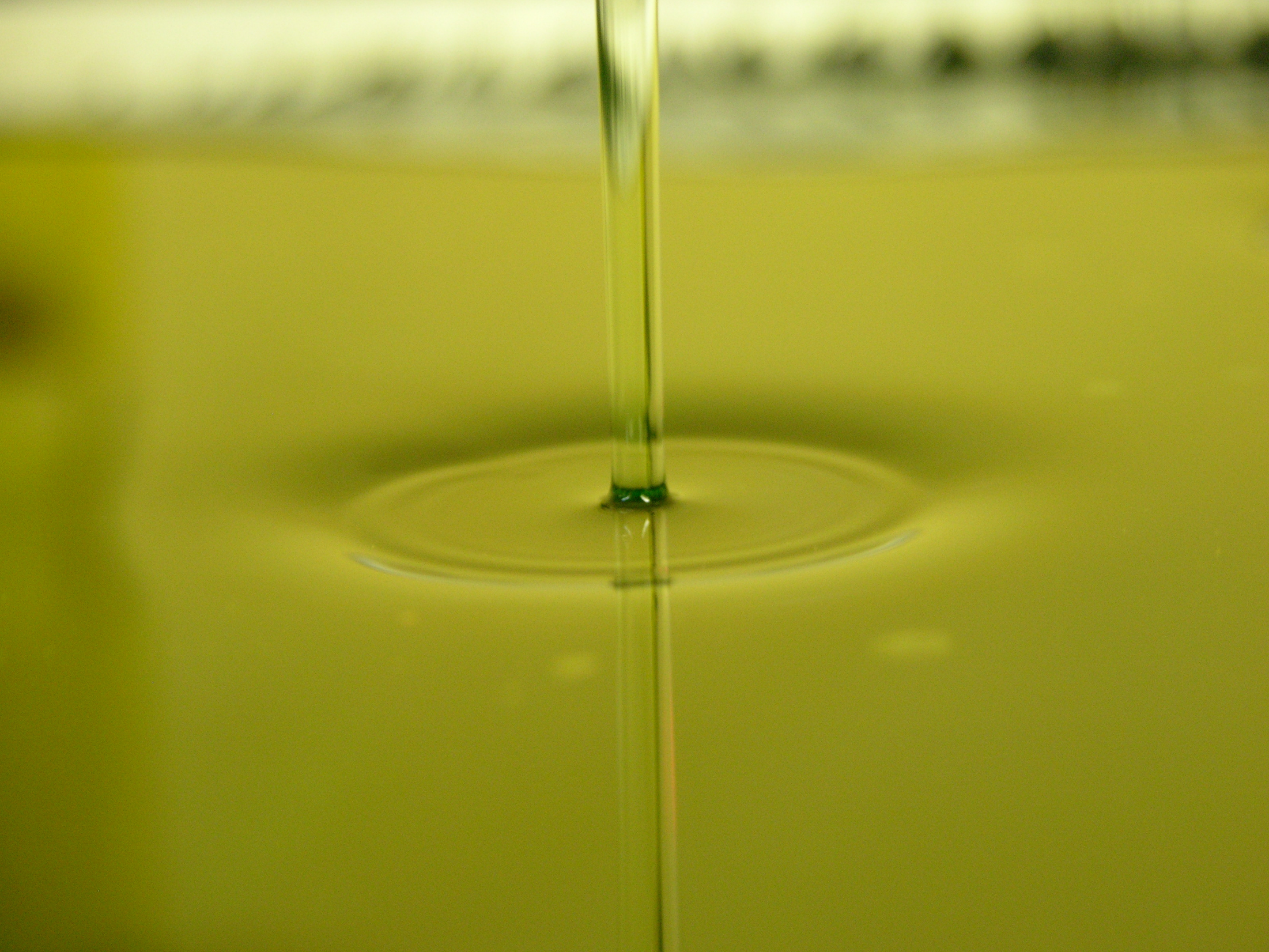
- uvjet laminarnog skoka:

$$\frac{\eta}{\rho}\nabla^2\mathbf{v} >> \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla\mathbf{v}$$

$\Rightarrow$ male brzine

$\Rightarrow$ viskozne tekućine

$\Rightarrow$ uređena rotacija unutar skoka



Struktura skoka cont.

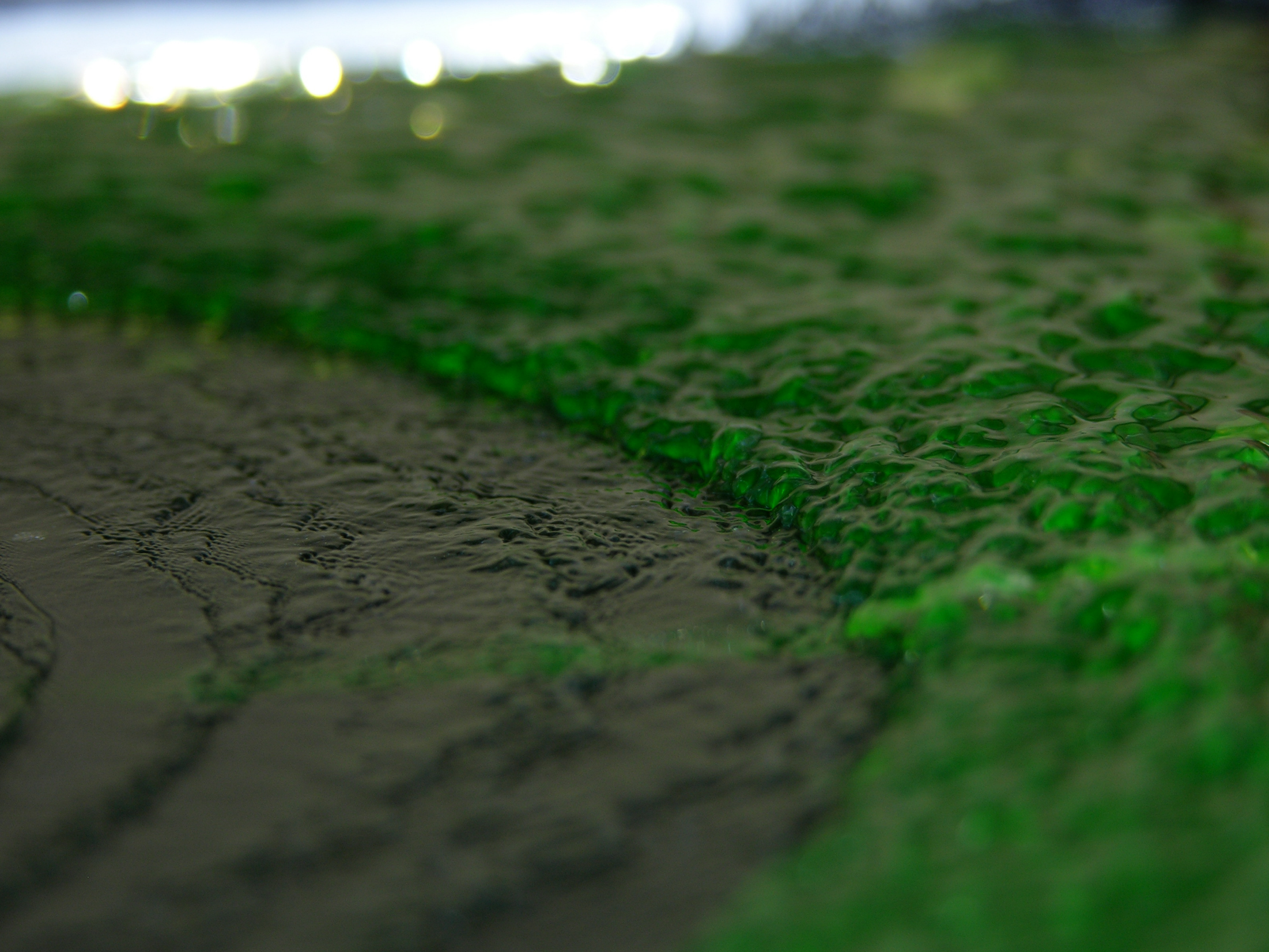
- stabilni turbulentni skok:

$$\mathbf{v}\nabla\mathbf{v} >> \frac{\eta}{\rho}\nabla^2\mathbf{v}$$

$\Rightarrow$ velike brzine

$\Rightarrow$ slabo viskozne tekućine

$\Rightarrow$ vremenski stabilan mod



Struktura skoka cont.

- Višestruko odvajanje graničnog sloja u skoku (jake, nestabilne turbulencije)

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla\mathbf{v} >> \frac{\eta}{\rho}\nabla^2\mathbf{v}$$

$\Rightarrow$ vrlo velike brzine

$\Rightarrow$ vremenski nestabilan, vrlo kaotičan mod

Zaključak

- Dobiven je efekt
- Mjerenjem su potvrđene teoretske ovisnosti
  - Brzine toka o radiusu
  - Kritičnog radiusa o protoku i viskoznosti tekućine
- Modelirana je dinamika samog skoka

ZAKLJUČAK cont.

- Možemo dakle odgovoriti na pitanja iz problema:
  - Skok nastaje zbog odvajanja graničnog, viskoznosg sloja od podloge i formacije vrtloga
  - U njemu se gubi energija pa je razina vode iza njega viša
  - Kod viskoznih tekućina skok je laminaran ili ga nema (za male brzine toka)